第 23 講・関数 $y = ax^2$ の利用

例題 1　振り子の問題

問題

周期が x 秒の振り子の長さを y m とすると，およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　周期が 10 秒の振り子の長さは何 m か求めなさい。

(2)　100 m の振り子の周期は何秒か求めなさい。

(3)　振り子の長さを 4 m から 9 m にすると，振り子の周期は何秒長くなるか求めなさい。

解答

(1)　$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 10$ を代入すると

$$y = \frac{1}{4} \times 10^2$$
$$= 25$$

よって，振り子の長さは

25 m　…(答)

(2)　$y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 100$ を代入すると

$$100 = \frac{1}{4}x^2$$
$$x^2 = 400$$

$x > 0$ なので

$$x = 20$$

よって，振り子の周期は

20 秒　…(答)

MEMO

⑶　$y = 4$ のとき

$$4 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 16$$

$x > 0$ なので

$$x = 4$$

だから，長さ 4 m の振り子の周期は 4 秒である。

一方，$y = 9$ のとき

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$x > 0$ なので

$$x = 6$$

だから，長さ 9 m の振り子の周期は 6 秒である。よって，振り子の周期の差は

$6 - 4 =$ **2（秒）**　…（答）

確認テスト 1

周期が x 秒の振り子の長さを y m とすると，およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　周期が 10 秒の振り子の長さは何 m か求めなさい。

⑵　100 m の振り子の周期は何秒か求めなさい。

⑶　振り子の長さを 4 m から 9 m にすると，振り子の周期は何秒長くなるか求めなさい。

例題 2　制動距離の問題

問題

自動車の制動距離は，速さの 2 乗に比例する。ある自動車が時速 40 km で走っているときの制動距離は 10 m である。時速 x km で走っているときの制動距離を y m として，次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。

⑵　時速 60 km で走っているときの制動距離は何 m か求めなさい。

⑶　制動距離が 90 m になるのは，時速何 km で走るときか求めなさい。

解答

MEMO

⑴　制動距離は速さの 2 乗に比例するので，$y = ax^2$ と表すことができる。これに $x = 40$，$y = 10$ を代入すると

$$10 = a \times 40^2$$
$$a = \frac{1}{160}$$

よって

$$y = \frac{1}{160}x^2$$ …(答)

⑵　$y = \frac{1}{160}x^2$ に $x = 60$ を代入すると

$$y = \frac{1}{160} \times 60^2 = \frac{45}{2}$$

よって，求める制動距離は

$\frac{45}{2}$ m　…(答)

⑶　$y = \frac{1}{160}x^2$ に $y = 90$ を代入すると

$$90 = \frac{1}{160}x^2$$
$$x^2 = 14400$$

$x > 0$ だから

$$x = 120$$

よって，求める速さは

時速 120 km　…(答)

確認テスト 2

自動車の制動距離は，速さの 2 乗に比例する。ある自動車が時速 40 km で走っているときの制動距離は 10 m である。時速 x km で走っているときの制動距離を y m として，次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。

⑵　時速 60 km で走っているときの制動距離は何 m か求めなさい。

⑶　制動距離が 90 m になるのは，時速何 km で走るときか求めなさい。

例題 3　移動に関する問題

問題

ある坂の上に並んで立っている A さんと B さんは，同時に坂を下り始めた。A さんはローラースケートをはいてすべり下り，B さんは秒速 1 m の速さで歩いて坂を下りた。A さんが坂を下り始めてから x 秒間に進む距離を y m とすると，$y = \frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つとき，次の問いに答えなさい。

⑴　A さんと B さんがそれぞれ進む様子を表すグラフをかきなさい。

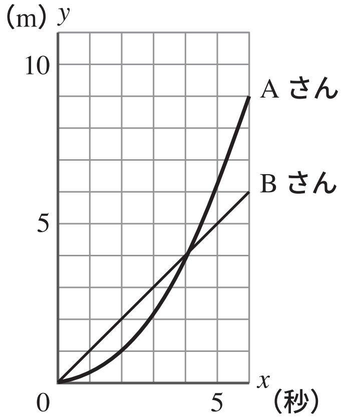
⑵　A さんが B さんに追いつくのは，2 人が坂を下り始めてから何秒後か求めなさい。

解答

⑴　B さんが x 秒間に進む距離を y m とすると，B さんの歩く速さは秒速 1 m だから

$$y = x$$

と表すことができる。よって，グラフは次の図のようになる。



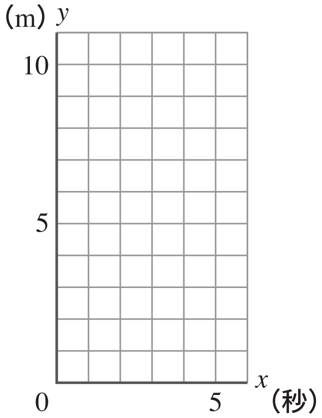
⑵　⑴のグラフの交点の座標を読み取ると (4，4) だから

4 秒後　…(答)

MEMO

確認テスト 3

ある坂の上に並んで立っている A さんと B さんは，同時に坂を下り始めた。A さんはローラースケートをはいてすべり下り，B さんは秒速 1 m の速さで歩いて坂を下りた。A さんが坂を下り始めてから x 秒間に進む距離を y m とすると，$y=\frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つとき，次の問いに答えなさい。

⑴　A さんと B さんがそれぞれ進む様子を表すグラフをかきなさい。

⑵　A さんが B さんに追いつくのは，2 人が坂を下り始めてから何秒後か求めなさい。